Arany János Tehetséggondozó Program Matematikaversenye 2022.
9. előkészítő évfolyam
Javítási útmutató

1. feladat

Egy távoli város Furcsa utcájában csak az egyik oldalon vannak házak, éppen 31. A két szélső ház kivételével minden ház lakóinak száma eggyel kevesebb, mint a két szomszéd háza lakói számának szorzata. Hányan laknak a Furcsa utcában, ha az első házban 1, a másodikban 2 ember él? *(6 pont)*

Ha egy házban n, a következőben k lakos él, akkor az ezt követő ház lakónak száma: $\frac{k+1}{n}$	1 pont
e szerint a lakók száma: 1, 2, 3, 2, 1, 1, 2, 3, 2, 1, …	1 pont
a lakók száma periódikus sorozatot alkot, az 1, 2, 3, 2, 1 számok ismétlődnek	1 pont
$30 = 6 \cdot 5 + 1$,	1 pont
így az utca lakóinak száma $6 \cdot (1 + 2 + 3 + 2 + 1) + 1 =$	1 pont
82.	1 pont

2. feladat

Egy osztály minden tanulója megírta a matematika dolgozatot. Az osztály létszáma 30-nál több, de 40-nél kevesebb. A dolgozatra feleannyian kaptak ötöst, mint ahányan négyest, és négyszer annyian írtak hármast, mint ahányan ötöst. A kettes dolgozatok száma 75%-a volt a hármasok számának, és egyest kettővel többen írtak, mint négyest. Hány fős az osztály? *(6 pont)*

A szöveg alapján töltsük ki a táblázatot:

5	*4*	*3*	*2*	*1*
x	*2x*	*4x*	*0,75·4x=3x*	*2x+2*

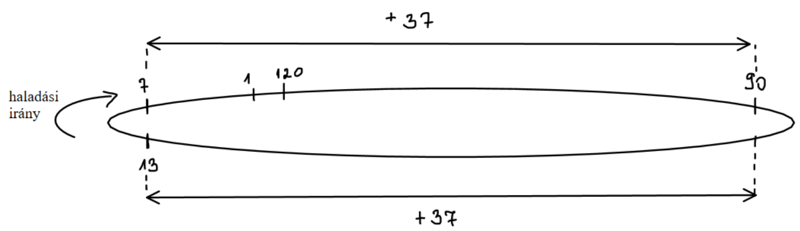
3 pont

Az osztály létszáma ezek összege: *12x+2.*	
$30 < 12x + 2 < 40$	*1 pont*
$28 < 12x < 38$	
$2 < x < 4$	*1 pont*
Tehát *x=3*, az osztály létszáma pedig *38*.	*1 pont*

3. feladat

Egy 120 üléses sílift székei 1-től 120-ig számozottak. Miközben a sílift székei mentek körbe-körbe, Boróka egyik pillanatban azt látta, hogy a 13. és a 7. számú szék éppen egymás mellett haladt el. Azon gondolkozott, vajon ilyenkor melyik szék haladt el ebben a pillanatban a 90. szék mellett? Szerinted melyik sorszámú szék? (Válaszodat indokold!) *(6 pont)*

A sílift egyik „félkörén” *60* ülés van,	1 pont
tehát a *90.* ülés a *7*-essel azonos félkörön van.	1 pont
A megoldás az ábra alapján	
(rajzos vagy szöveges indoklás is elfogadható)	3 pont
a 13. széktől ugyanakkora (37) távolságra az 50. szék található.	1 pont



Arany János Tehetséggondozó Program Matematikaversenye 2022.
9. előkészítő évfolyam
Javítási útmutató

4. feladat

Egy desszertes dobozban háromféle csoki van:

- barna csomagolású, amiben két darab mogyoró van,
- fehér csomagolású, amiben egy darab mogyoró van,
- drapp csomagolású, amiben nincs mogyoró.

A dobozban levő 33 darab csokoládéban összesen 32 mogyoró van. A barna és a fehér csokoládék számának összege kétszerese a drapp csokoládék számának. Hány darab van a különféle csokoládékból?

$b+f=2d$, emiatt $3d=33$ csoki van, tehát $d=11$. 2 pont

Így 22 csokiban van összesen 32 mogyoró. $(f=22-b)$ 1 pont

$2\cdot b+1\cdot(22-b)=32$ 1 pont

$b+22=32$

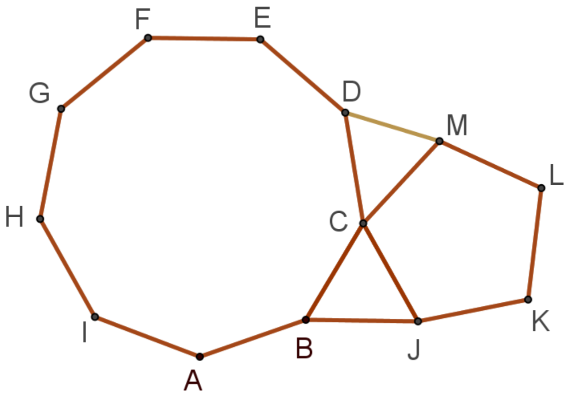
$b=10$, ekkor $f=12$. 1 pont

Barna csomagolású 10 csoki, drapp 11, fehér 12. 1 pont

Ellenőrzés (bármilyen formában) 1 pont

5. feladat

Az ábrán látható BJC háromszög szabályos, az ABCDEFGHI és CJKLM sokszögek szabályosak. Mekkorák a CMD háromszög szögei?



A szabályos kilencszög egy belső szöge $180°-\frac{360°}{9}=140°$ 2 pont

a szabályos ötszög egy belső szöge $180°-\frac{360°}{5}=108°$, a szabályos háromszögé 60° 1 pont

(Az első 2 pontot valamelyik szabályos sokszög belső szögének meghatározásáért kapja,
a másodikat a másik szabályos sokszög és a szabályos háromszög belső szögének meghatározásáért.)

$DCM\sphericalangle=360°-(140°+60°+108°)=52°$ 1 pont.

CMD háromszög egyenlőszárú, mert a rajzolt szabályos sokszögek és szabályos háromszög oldalhosszai egyenlők, azaz CD=CM 1 pont

A CMD háromszög alapon fekvő szögeinek nagysága $\frac{180°-52°}{2}=64°$ 1 pont

A keresett szögek 52°, 64°, 64° 1 pont

Arany János Tehetséggondozó Program Matematikaversenye 2022.
9. előkészítő évfolyam
Javítási útmutató

6. feladat

Kiírattuk számítógéppel az összes olyan négyjegyű számot, amelynek egy páros és három páratlan számjegye van.
a) A kiírt számok közül melyik volt a legkisebb és melyik volt a legnagyobb?
b) Hány négyjegyű számot írt ki a számítógép?
c) Hány 4gyel osztható számot írt ki a számítógép? *(9 pont)*

a) A legkisebb ilyen: *1011*, a legnagyobb *9998*. 1 pont
b) Nézzük először azokat a számokat, melyekben a páros jegy a *0*.
{0;a;b;c}, ahol *a,b,c* páratlan. A *„0” 3* helyen állhat. 1 pont
A többi helyen az *5* páratlan bármelyike állhat,
ezért ezek száma: $3\cdot5^3$. 1 pont
Ha a páros a többi *4* páros jegy közül kerülhet ki, akkor egy ilyen jegy esetén $4\cdot5^3$ szám lehet,
mivel a páros jegy mind a *4* helyiértéken állhat, 1 pont
tehát az ilyen számok száma : $4\cdot4\cdot5^3$. 1 pont
Az összes ilyen négyjegyű szám tehát $19\cdot5^3=2375$. 1 pont
c) A 4-gyel való oszthatóság (és az egyetlen páros számjegy) miatt
az utolsó két számjegy 12, 32, 52, 72, 92, 16, 36, 56, 76, 96 lehet 1 pont
az első két helyiértéken az 5 páratlan szám bármelyike állhat, 1 pont
így $5\cdot5\cdot10=250$ 4-gyel osztható számot írt ki a számítógép. 1 pont

7. feladat

Anyuka vásárolt egy doboz kockacukrot. Zsolt először az egész felső réteget megette, azaz 77 kockacukrot. Utána az egyik oldalsó réteget fogyasztotta el, amelyben 55 kockacukor volt, végül az elülső réteget. Hány kockacukor maradt a dobozban? *(9 pont)*

Legyen a kockacukrok száma: $a\cdot b\cdot c$.
Először megevett $a\cdot b$ szemet. Az ilyen rétegek száma ekkor $c-1$ maradt. 2 pont
Másodszor megevett $b\cdot(c-1)$ kockacukrot. Az ilyen rétegek száma $a-1$ maradt. 1 pont
Végül megevett $(a-1)\cdot(c-1)$ szemet, így maradt
$(a-1)\cdot(b-1)\cdot(c-1)$ cukor. 1 pont
Az utóbbi megjegyzés miatt *a*, *b*, *c* mindegyike 1-nél nagyobb. 1 pont
A számokkal: $a\cdot b=77$, ennek prímtényezős felbontása $7\cdot11$, így egyik 7, másik 11. 1+1 pont
(mj: az egyik pont azért jár, ha utal arra, hogy 77 csak így bontható két szám szorzatára)
$b\cdot(c-1)=55(=5\cdot11)$, ezek miatt $b=11$, $a=7$, $c=6$. 1 pont
A megmaradt kockacukrok száma $10\cdot6\cdot5=300$. 1 pont

Megjegyzés: ha a versenyző csak közli, hogy b=11, a=7, c=6, és $10\cdot6\cdot5=300$ *maradt, akkor maximálisan 5 pont adható.*