

Matematika

9/NYEK-AJTP évfolyam

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során a tanulók fokozatosan megismerik a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlődik a tanulók absztrakciós és szintetizáló képessége. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A tantárgy a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és

kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmak és tételek változatos területeken használhatók. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segíthet a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól elvárás a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használata, a jelölésrendszer helyes alkalmazása írásban és szóban egyaránt.

A 9/NYEK-AJTP évfolyamnak biztosítania kell azokat a tárgyi tudásbeli alapokat, amelyek majd a középiskolai anyag elsajátításához szükségesek. El kell kezdeni kialakítani azt a gondolkodáskultúrát, amely a további sikeres tanulmányokat lehetővé teszi. Talán az előzőeknél is fontosabb *a matematikához és általában a problémamegoldáshoz olyan pozitív hozzáállás kialakítása*, amely a későbbiekben minden tárgy tanulásánál segíthet a nehézségek leküzdésében. Ennek érdekében az előkészítő évfolyamon a matematika tananyag kiválasztásának legfontosabb célkitűzései:

- az általános iskolai ismeretek áttekintése, rendszerezése;
- a matematikai és általában a problémamegoldó gondolkodás módszereinek megismerése (pl. logika elemei, általánosítás – analógia, deduktív módszer, indirekt bizonyítás, skatulyaelv);
- a matematikatörténeti vonatkozások kiemelése;
- a matematika szerepének felismertetése az élet különböző területein: játékokban, gazdaságban, művészetekben.

Fontos, hogy az előkészítő év folyamán a tanulók megismerjék az iskola könyvtárát, a rendelkezésre álló szakirodalmat, illetve a tanulást segítő programokat, pl. dinamikus geometriai szoftvereket.

A matematika nagyban segíti a kötelességtudat, a rendszeresség fejlesztését, az önfegyelem kialakítását. A magyar matematikusok teljesítményének, díjainak megismerése fejleszti a nemzeti öntudatot. A közös feladatok megoldása, a csoportmunka fejleszti a társas kapcsolatokat, a munkamegosztás képességét. A matematika jól körülírható követelményei pedig az önértékelést. A tervezési és optimalizációs feladatok segítik a legkevésbé környezetkárosító, a feltételeknek megfelelő legjobb megoldások keresését. A 9/NYEK-AJTP évfolyam igen fontos a pályairányultság kialakulása szempontjából. Az érdeklődést felkeltő témakörök, feladatok nagyban segíthetik a reálpályák felé fordulást. A sorozatok, százalékszámítás témaköröknek igen fontos szerepe van a pénzügyi kompetencia fejlesztésében. Táblázatok, grafikonok elemzése segítheti az információk megértését. A tudományos érdeklődést fejlesztő témakörök pedig az igényes médiaválasztást.

A matematika sajátos tanulási módszereit folyamatosan fejleszteni kell, de a 9/NYEK-AJTP évfolyam sok témaköre (prímszámok, szerkesztések, matematikai játékok) különösen alkalmas az önálló készülés, az önellenőrzés képességének alakítására. A matematika segíti a pontos fogalmazás, a világos indoklás képességét. Ezen az évfolyamon ez már fontos elvárás. Az idegen eredetű szakszavak elemzése, adatok, rövidebb szövegek interneten való keresése kiválóan fejleszti az idegen nyelvi kompetenciát. A megalapozott matematikai ismeretek biztosítják a fenti kompetenciák folyamatos fejlesztését. A matematikai programok alkalmazása kifejezetten alkalmas a digitális kompetenciák fejlesztésére, az algoritmusok használata pedig ezek értő alkalmazását segíti. Az elemzőkészség fejlesztése pl. játékok kimeneteleinek elemzése, problémamegoldási stratégiák megismerése fontos feladat. A matematika művészetekben való alkalmazása (szimmetriák, aranymetszés) fejleszti az esztétikai-művészeti tudatosságot és kifejezőképességet.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	óraszám AJTP	óraszám NYEK
Halmazok, számhalmazok, műveletek	12	6
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10	5
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	14	7
Arányosság, százalékszámítás	10	5
Szöveges feladatok, egyenletek	16	8
Függvények	10	5
Síkbeli alakzatok, transzformációk, szerkesztések	22	11
Térgeometria	12	6
Leíró statisztika	10	5
Valószínűség-számítás	10	5
Ismétlés, szabadon választható témák	10	5
Összes óraszám:	136	68

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok, műveletek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12/6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a különböző számhalmazok fogalmát, elemeket halmazba rendez;
- halmazműveleteket végez; halmaz, nem halmaz? típusú kérdéseket képes megválaszolni;
- megismeri a valós számhalmaz részhalmazait (intervallumok fogalmának előkészítése (nyitott, zárt));
- ismeri az intervallumok és egyenlőtlenségek kapcsolatát;
- halmazok, halmazműveletek eredményének ábrázolásában jártasságot szerez (Venn-diagram, számegyenes), halmazábrából következtetni képes;
- halmaz megadási módozatokat ismer meg;
- a különböző számhalmazok körében végzett számolási alpműveleteket elmélyíti;
- a témával kapcsolatos alapvető fogalmakat elmélyíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- szöveges feladatokat old meg halmazműveletek segítségével;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre;
- az egész és a racionális számok halmazán a számolási alpműveleteket helyesen végzi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben

- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben, Venn - diagram készítése
- Halmazok segítségével szöveges feladatok megoldása, logikai szita elvének előkészítése
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre
- Írásbeli alapműveletek az egész és a racionális számhalmazon

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, Venn- diagram, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy matematikából vett elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek és azok ellenőrzése számológéppel
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10/5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a tanuló megállapítja különböző állítások logikai értékét;
- egyszerű megállapításokat helyesen indokol;
- megold sorba rendezési és összeszámlálási feladatokat;
- szemléltetésre gráfokat alkalmaz;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- állítás, nem állítás? típusú kérdésekre válaszolni tud;
- állítások tagadására, megfordítására képes;
- a hétköznapi szövegben felismeri a logikai műveleteket;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;

- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- sorba rendezési, összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- megismerkedik egyszerűbb gráfelméleti fogalmakkal és összefüggésekkel, alkalmazhatóságukkal;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Logikai műveletek bevezetése: „nem”, „és”, „vagy” (megengedő, kizáró) műveletek
- Stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Faktoriális jelölés bevezetése
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

logikai érték, „minden”, „van olyan”, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Írott szöveg formulázása, logikai jelölésekkel, adott formulára értelmes szöveg alkotása
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Sorba rendezési, kiválasztási feladatok megoldása, golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is), lehetséges útvonalak összeszámlálása, számkártyás feladatok megoldása
- Körmérkőzéses feladatok megoldása
- Kombinatorikus geometriai feladatok, pl. hány részre osztja a síkot n egyenes
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14/7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a pozitív egész kitevőjű hatvány fogalmát;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- összefüggést talál inverz (ellentett) műveletek között (négyzetre emelés, négyzetgyökvonás);
- megismeri a racionális számok normálalakját;
- ismeretekre tesz szert a számrendszerekkel összefüggésben;
- a témával kapcsolatos alapvetőfogalmakat elmélyíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezőző felbontását;

- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- készségszinten ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat (2,3,4,5,6,8,9,10,25,100);
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- hatványokkal számolási műveleteket végez;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza;
- tud egyszerűbb esetben tízes számrendszerbeli számot átírni kettes számrendszerbe, és fordítva.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése bizonyítás nélkül
- Racionális számok átírása normálalakra, és megfordítva
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- Nevezetes azonosságok előkészítése

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás algoritmusának használata
- Prímszámokkal kapcsolatos érdekességek (bizonyítás nélkül) pl. végtelen sok prím van, nagy prímeikkel kapcsolatos friss eredmények, ikerprímek, tökéletes számok
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10/5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat; Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- alkalmazza a százalékszámítást a hétköznapi életből vett gazdasági, pénzügyi feladatoknál;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- felismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

- egyenes és fordított arányosság esetén, az aránypárok hiányzó adatát képes meghatározni;
- arányossági feladatoknál a három adat közül (mennyiség, arány, eredmény) a hiányzó meghatározására képes;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint (kémia, fizika tantárgyakhoz kapcsolódva).

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16/8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készíti;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket;

- az egyenletmegoldás egyedi módszereivel megismerkedik, nevezetes azonosságok, szorzattá alakítási módszerek segítségével;
- a szöveges feladatok megoldása során felírt egyenleteket mérlegelv alkalmazásával megoldja, az egyenlet megoldása után ellenőrzést végez;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett (számjegyes, út-idő, munkavégzés, keverés) egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Elsőfokú egyenletek megoldása, mérlegelv
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott egyenlethez szöveg alkotása, szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása

TÉMAKÖR: Függvények

JAVASOLT ÓRASZÁM: **10/5 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott lineáris függvényt ábrázol;
- felismeri az egyenes és fordított arányosságot;
- megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- képlettel adott függvények grafikonját meghatározza, helyettesítési értéket számol, táblázatba rendezi;
- függvény grafikonjához a megfelelő hozzárendelési szabályt megtalálja;
- függvény grafikonról tulajdonságokat állapít meg (vizualitását fejleszti).

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- értéktáblázat segítségével ábrázol lineáris, másodfokú, abszolútérték és törtfüggvényt;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi
- Az elsőfokú függvény mellett egyszerű $f(x) = x^2; x^2+c; |x|$ függvények bevezetése
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

FOGALMAK

megfeleltetés, egyenes és fordított arányosság, grafikon, helyettesítési érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egy adott megadott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok, transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 22/11 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- az alapvető geometriai fogalmakat, összefüggéseket elmélyíti;
- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a háromszögek, speciális négyszögek tulajdonságait, szögeire, oldalaira vonatkozó összefüggéseket;
- alapszerkesztéseket végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a háromszögek oldalaira, szögeire (belső és külső), oldalaira és szögeire vonatkozó alapvető összefüggéseket, tételeket;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a nevezetes szögeket (nagyság szerint), nevezets szögpárokat;
- megismeri a szögek különböző mértékegységei kapcsolatát, az átírás módozatait (fok, radián);
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete
- Thalész tétel ismerete, egyszerű alkalmazhatósága
- Derékszögű háromszög és Thalész kör kapcsolatának ismerete, alkalmazása sugár, átfogó kiszámítására
- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria középpont, középpontos szimmetria

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Pitagoraszi számhármak keresése
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12/6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- az alapvető térgeometriai fogalmakat, összefüggéseket elmélyíti;
- ismeri térgeometria és síkgeometria szoros kapcsolatát, alkalmazhatóságát, a felszín síkba kiteríthető vagy sem, kérdés eldöntésében, a testeket határoló idomok területének számításában;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással
- Esztétikai érzék fejlesztése

FOGALMAK

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- Térgeometria szempontjából a figyelmet felkeltő valós és „lehetetlen” testeket ábrázoló művészeti alkotások megfigyelése, elemzése (pl. Leonardo da Vinci poliéder ábrázolásai)

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10/5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó diagramokról adatokat olvas le, elemez;
- adatsokaságot jellemző mérőszámokat, jellemzőket ismer meg, határoz meg, elemez;
- adatsokaság ábrázolásában különböző módszereket ismer meg, vizualitás-meggyőzőhetőség-hamisság összefüggésében választásra képes.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja;
- diagramok esetében, képes a Hol a hiba? típusú kérdésekre választ adni.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiaagram, kördiaagram, vonaldiaagram, pontdiaagram,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10/5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tapasztalatai alapján valószínűségi játékok, véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel;
- véletlen kimenetelű eseményeket felismer, kísérletet végez (pézt-, kockadobás);
- összefüggéseket talál gyakorlat és elmélet között (kísérlet, relatív gyakoriság, valószínűség);
- összefüggéseket talál a valószínűségszámítás és a függvények között (kísérleti adatok grafikus ábrázolása, elemzése).

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során
- A tanult ismeretek alkalmazása számolási feladatokban, hiányzó adatok megállapítása
- Kísérlet rendezett adatainak ábrázolása, tulajdonságok leolvasása

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról elvehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-es különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről